

Joint processing of correlated/derived from preceding adjustment/ and uncorrelated quantities in the geodetic networks

Gintcho Petkov Kostov

A study on the practical aspects of the joint adjustment of correlated quantities/derived from preceding adjustment/and uncorrelated quantities/geodetic measurements/ is made in this paper. Parametric adjustment is performed over the part of a real network with included quantities from the both kinds. Various criteria concerning the accuracy of the new-determined points and condition of normal system are calculated for the network.

keywords: network, measurement, assessment, surveying, condition, accuracy, quality, adjustment, geodesy, geodetic, мрежа, измерване, оценка, изследване, обусловеност, точност, качество, изравнение, геодезия, геодезическа.

Съвместна обработка на корелирани/резултати, получени от предходно изравнение/ и некорелирани величини в геодезическите мрежи

Гинчо Петков Костов

Разгледани са практическите особености при съвместното изравнение на корелирани/резултати, получени от предходно изравнение/ и некорелирани данни/измерени данни/в геодезическите мрежи. Извършено е параметрично изравнение на част от реална мрежа с включени величини от двата типа. За мрежата са изчислени стойности за различни критерии за точност на новоопределяемите точки и обусловеност на нормалната система.

1. Теоретична формулировка

В зависимост от наличие, респ. липса на корелация между величините, предмет на изравнението в дадена геодезическа мрежа се явяват различни случаи при обработването на данните. Както е известно, при разглеждане на случая с некорелирани величини, матриците на корелация, тежестите и на обратните тежести ще бъдат диагонални [Атанасов, 1988].

В литературата разработка по тази тема е направена във [Вълев, Г.].

Строго погледнато комбинираната обработка на корелирани и некорелирани величини протича по стандартните принципи и формули на изравнението на последните величини, но е необходимо да се отчете, че съответните матрици не са диагонални, както и разширения принцип на МНМК $[p_{ik} v_i v_k] = \min$, [Атанасов, 1988].

За да могат да бъдат използвани данните, получени от предходно изравнение е необходима матрицата на тежестните коефициенти или корелационната матрица.

Известна е връзката между корелационната матрица, матрицата на тежестните коефициенти и матрицата на тежестите:

$$K = m_e^2 Q = m_e^2 P^{-1}, \quad (1.1)$$

където m_e е средната грешка на измерване с тежест 1.

Съвместното изравнение на некорелирани и корелирани величини, последните получени от предходно изравнение би могло да се приложи при привързване на новопроектирани геодезически мрежи към съществуващи и вече изравнени такива.

2. Използвани критерии за точност на новоопределяемите точки и обусловеност на нормалната система в алгоритъма

Средна квадратна грешка за измерване с тежест единица:
$$\mu = \sqrt{\frac{[pvv]}{r}} \quad (2.1)$$

Средни квадратни грешки по съответните оси и в положението на новоопределяемите точки:

$$M_{x_i} = \mu \sqrt{Q_{i,i}}; \quad M_{y_i} = \mu \sqrt{Q_{i+1,i+1}}; \quad M_{p_i} = \sqrt{M_{x_i}^2 + M_{y_i}^2} \quad (2.2)$$

Средна аритметична грешка за цялата мрежа:
$$Mar = \frac{\sum_{i=1}^{nn} Mp_i}{nn} \quad (2.3)$$

Средна квадратна грешка за цялата мрежа:
$$Msq = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{nn} Mp_i^2}{nn}} \quad (2.4)$$

Следа на матрицата на тежестните коефициенти:
$$Sp(Q) = \sum_{i=1}^u Q(i, i), \quad (2.5)$$

където с u бележим размерността на последната.

Полуос на елипсата/елипсоида на грешките:
$$a_i = \mu \sqrt{\lambda_i}, \quad (2.6)$$

с λ_i бележим собствената стойност на кофакторната матрица.

Възможно е да се изчисли и детерминантата на последната матрица:
$$Det(Q) = \prod_{i=1}^u \lambda_i \quad (2.7)$$

Използуваме критерия, даден в [Константинов, 1997]:

за $\varepsilon \text{cond}(N) \ll 1 \quad (2.8)$

следва, че изследваната матрица е добре обусловена. Тук $\varepsilon = 2.2204e-016$, **cond()** е числото на обусловеност на конкретната матрица.

Във [Фадеев, 1963] са дефинирани следните критерии:

$$N = \frac{1}{u} N(A)N(A^{-1}) - N \text{ число}; \quad M = \frac{1}{u} M(A)M(A^{-1}) - M \text{ число} \quad (2.9)$$

$$N(A) = \sqrt{Sp(A^T A)} \quad (2.10)$$

$$M(A) = u \cdot \max_{ij} |a_{ij}| - \text{число на Тод} \quad (2.11)$$

С u обозначаваме дименсията на матрицата, с a_{ij} - нейните елементи.

$$P = \frac{\max(\lambda_i)}{\min(\lambda_i)} - P \text{ число} \quad H = \sqrt{\frac{\max(\lambda_i)}{\min(\lambda_i)}} - H \text{ число} \quad (2.12)$$

3. Практическа реализация

За осъществяване на съвместната обработка на данни от гореспоменатия вид е направен следния подход.

Разгледана е част от реална геодезическа мрежа, която условно е разделена на два участъка – I и II. Предполага се че мрежата I е създадена и обработена преди създаването на мрежата II. Също така е известна матрицата на тежестните коефициенти от мрежа I.

За точките от граничната линия между двете мрежи съставяме уравненията на поправките за измерени координати от вида:

$$V_x = 1 \cdot dx + 0 \cdot dy + f_x; \quad V_y = 0 \cdot dx + 1 \cdot dy + f_y \quad (3.1)$$

$$f_x = X^0 - X^{изм.}; f_y = Y^0 - Y^{изм.} \quad (3.2)$$

за всяко едно координатно измерване.

По този начин третираме изравнените координати на точките от мрежа I като измерени, но зависими величини със съответната за тях корелационна матрица.

Резултатите от междинните компютърни операции - изчислението на посочните коефициенти, свободните членове и др. са съхранени в паметта на компютъра в подходящи за целта масиви. Типът на последните е double/двойна точност/, variant/различен/ в зависимост от конкретната необходимост в самия алгоритъм и удобното им използване в по-нататъшните операции.

След изчислението на тежестната подматрица на корелираните величини, последната бива добавена към диагоналния двумерен масив с тежестите на некорелираните величини. По този начин получаваме пълния масив от таблицата на тежестите на величините, участващи в изравнението:

$$P_{ik} = \begin{bmatrix} p_{i,i} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & p_{i+1,i+1} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & p_{k,k} & p_{k,k+1} & \dots & p_{k,n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & p_{n,k} & \dots & \dots & p_{n,n} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

По нататък формираме матричното произведение от таблицата с посочните коефициенти и тежестната матрица за да бъде изчислена нормалната система. По аналогичен начин постъпваме и с вече изчислените свободни членове за формиране на вектора от свободните членове на нормалната система.

При така получените масиви се пристъпва към изчисление на неизвестните чрез обратната матрица. За пресмятането на обратната матрица има заложен самостоятелен алгоритъм, който може да се използва и за решаването на други подобни задачи, изискващи обръщането на положително определена симетрична квадратна матрица. Така след приключване на споменатите изчисления от страна на компютъра разполагаме с числените стойности на dx и dy , а също така и на матрицата на тежестните коефициенти, необходима по-нататък. Тук вече разполагаме с необходимата информация, за да изчислим и останалите споменати критерии – собствените стойности, числата на Тод, Тюринг и детерминантата на кофакторната матрица.

За ОС Windows към съществуваща програма за изравнение на некорелирани величини авторът е добавил алгоритъм за съставяне на съответните масиви с посочните коефициенти за ъгли, линейни, координатни измервания. Към алгоритъма също така е добавен и код за цялостно формиране на пълната матрица на тежестите от всички участващи измервания.

Посредством вече получените масиви е извършено и изчислението на поправките, както е известно, необходими за цялостната проверка на верността на изравнението.

Пресмятанията на компютъра са организирани изцяло в матрична форма, което изключително улеснява манипулацията на масивите, както и достъпа до съответен елемент.

На база на получените величини от матричните изчисления лесно се изчисляват всички останали критерии за точността на новоопределяемите точки и обусловеността на нормалната система споменати по-горе.

Тестове са направени с част от реална геодезическа мрежа, като е предвиден и вариант за съвместна обработка на корелирани измерени координати/получени от предходно изравнение/към преките геодезически измервания.

Алгоритъма е конструиран така, че компютърът прави проверка на база на входните данни за наличието на:

- а) само некорелирани ъглово/дължинни/азимутални/координатни(позиционни) измервания
- б) некорелирани ъглово/дължинни/азимутални и координатни (позиционни), но некорелирани измервания
- в) некорелирани ъглово/дължинни/азимутални и координатни(позиционни) – последните получени от предходно изравнение - корелирани, като в този случай се пристъпва към обработване на корелационната матрица.

При всеки един от случаите процеса на изравнението се управлява по необходимия за целта начин.

Предложената структура на алгоритъма може да се използва за строгото изравнение както на стандартния случай от некорелирани величини/получени от преки измервания/, така и за комбинираното изравнението с величини, получени от предходно изравнение, при което се използва разширения принцип на МНМК.

Литература

Атанасов, Ст., Теория на математическата обработка на геодезическите измервания. Техника. София, 1988

Вълев, Г., Многогруппово посредствено изравнение на триангулационна мрежа по начина на Пранис-Праневич и изравнението на зависими величини

Константинов, М., Вълчанов, Н., Съвременни математически методи за компютърни пресмятания част 2 - Числена линейна алгебра. Студии на БИАП - Математически науки. София 1997

Фаддеев, Д.К., Фаддеева, В. Н., Вычислительные методы линейной алгебры. Государственное издательство физико-математической литературы. Москва 1963

Приложение

Вариант корелирани данни

Me	27.88
Trace (Q)	89.7964
eps*cond(N)	3.55E-13
Msq	79.68
Mar	63.1

Вариант некорелирани измервания

Me	15.73
Trace (Q)	1340.8799
eps*cond(N)	1.97E-12
Msq	173.72
Mar	165.15

Средни кв. грешки на новоопределяемите точки

NT	Mx	My	Мр
117	48.18	27.59	55.52
118	17.4	21.97	28.02
122	14.4	9.56	17.29
123	10.49	19.01	21.71
124	27.14	26.32	37.81
125	34.28	24.49	42.13
126	57.11	116.31	129.57
2780	145.71	110.1	182.63
2791	48.69	49.36	69.33
2831	41.41	65.31	77.33
2833	10.26	31.09	32.74

NT	Mx	My	Мр
117	69.7	150.13	165.52
118	90.63	168.62	191.43
122	174.19	100.48	201.09
123	118.44	134.01	178.85
124	119.62	98.35	154.86
125	74.74	114.46	136.7
126	42.62	87.82	97.61
2780	90.88	93.32	130.26
2791	126.93	74.97	147.42
2831	75.13	77.62	108.03
2833	291.68	88.6	304.84

Елипси на грешките

NT	A	B
117	48.54	26.95
118	25.6	11.39
122	16.13	6.2
123	19.22	10.1
124	27.17	26.3
125	34.51	24.17
126	116.45	56.82
2780	149.79	104.48
2791	58.03	37.95
2831	65.33	41.38
2833	31.29	9.64

NT	A	B
117	150.13	69.7
118	178.51	69.15
122	186.87	74.27
123	164.33	70.59
124	136.55	73.05
125	119.18	66.97
126	89.6	38.74
2780	104.44	77.84
2791	127.79	73.51
2831	86.56	64.63
2833	294.34	79.3

М число на Тюринг 11546.62

N число на Тюринг 72.59

Число на Тод 423.00

М число на Тюринг 24159.76

N число на Тюринг 402.45

Число на Тод 70.31

Дименсии [mm]